

## امتحان تجريبي مارس 2004

المادة : الرياضيات

ثانوية : سحنون - مراكش المنارة

المستوى : الثانية ثانوي

الشعبة : العلوم التجريبية

### التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بحيث :

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 3^n u_n \text{ نضع ، } \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{9}u_{n-1} \end{cases}$$

(1) بين بالترجع أنه : لكل  $n \in \mathbb{N}^*$  ،  $v_n - v_{n-1} = 5$

(2) احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) نضع  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  احسب  $S$  بدلالة  $n$ .

### التمرين الثاني

الفضاء  $E$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، نعتبر النقط التالية :

$$A(2, 0, 2) \text{ و } B(1, -1, 3) \text{ و } C(0, -2, 1)$$

(1) احسب  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$

(2) حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $ABC$ .

(3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  التي مركزها  $A$  وتقطع  $ABC$  حسب الدائرة التي مركزها  $B$  وشعاعها 2.

### التمرين الثالث

(1) احسب  $(2+i)^2$  ثم استنتج الجذرين المربعين للعدد العقدي  $\Delta = 12 + 16i$

(2) بين أن المعادلة :  $z \in \mathbb{C}, z^3 - (4+4i)z^2 + (2-8i)z + 12 = 0$  (E) تقبل حلا حقيقيا يجب تحديده.

(3) حل المعادلة (E)

(4) نضع :  $z_0 = 2$  ،  $z_1 = -1+i$  ،  $z_2 = 3+3i$

(أ) اكتب على الشكل المثلثي  $z_2, z_1, z_0$

$$\text{(ب) بين أنه : } \frac{z_0 - z_2}{z_0 - z_1} = -i$$

(5) لتكن  $M_2, M_1, M_0$  صور  $z_2, z_1, z_0$  على التوالي في المستوى العقدي ، بين أن المثلث  $M_0M_1M_2$  متساوي الساقين وقائم الزاوية.

### التمرين الرابع

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  حيث :

$$f(x) = x \ln \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right) \text{ إذا كان } x > 0 \text{ و } f(0) = 0$$

نرمز ب  $(C)$  للتمثيل المبياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة 5cm)

امتحان تجريبي  
مارس 2004

ثانوية : سحنون - مراكش المنارة

المادة : الرياضيات

الشعبة : العلوم التجريبية

المستوى : الثانية ثانوي

**الجزء A**

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  حيث :

$$g(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x^2 + 1}$$

1. (a) بين أن  $g'(x) = \frac{2(x^2 - 1)}{x(x^2 + 1)}$  لكل  $x \in ]0, +\infty[$

(b) ادرس إشارة  $g'(x)$  حسب قيم  $x$

2. ادرس نهايتي  $g$  عند  $0$  وعند  $+\infty$

3. (a) أنشئ جدول تغيرات  $g$

(b) استنتج أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,5 < \alpha < 0,6$

4. استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0, +\infty[$

**الجزء B**

1- بين أنه لكل  $x \in ]0, +\infty[$  لدينا  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج تغيرات  $f$  على  $]0, +\infty[$

2- (a) احسب نهاية  $xf(x)$  عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$  (يمكن وضع  $t = \frac{1}{x^2}$ )

(b) استنتج أن  $f(x)$  تؤول إلى  $0$  عندما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$

3- (a) بين أن  $x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$  تؤول إلى  $0$  عندما يؤول  $x$  إلى  $0^+$  (يمكن كتابة

$$\left(x \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)\right) = x \ln(x^2 + 1) - 2x \ln x$$

(b) ادرس قابلية اشتقاق  $f$  في  $0$  ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.

4- أنشئ جدول تغيرات  $f$ .

5- ارسم (C) في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (نقبل أن  $f(\alpha) = f(0,5) \approx 0,80$ )

**الجزء C**

ليكن  $\lambda$  عددا حقيقيا من المجال  $]0,1[$

1- باستعمال المكاملة بالأجزاء، احسب  $j_\lambda = \int_\lambda^1 f(x) dx$  ثم بين أن  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} j_\lambda = \ln 2$

2- نقبل أن هذه النهاية هي مساحة جزء المستوى المكون من مجموعة النقاط ذات الإحداثيتين  $(x, y)$  والتي تحقق :

$$, \text{ استنتج قيمة هذه المساحة بـ } cm^2 \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq x \leq f(x) \end{array} \right.$$